Didactique
Apprentissage et enseignement

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

Séquence d'activités alliant géométrie dynamique et raisonnement mathématique : trois profils de futur·es enseignant·es de mathématiques au secondaire

Caroline Damboise
Université du Québec à Rimouski, Rimouski, Québec

Pour citer cet article :
Damboise, C. (2024). Séquence d'activités alliant géométrie dynamique et raisonnement mathématique : trois profils de futur·es enseignant·es de mathématiques au secondaire. *Didactique*, 5(3), 14-39. https://doi.org/10.37571/2024.0302

Résumé : Au Québec, *Déployer un raisonnement mathématique* est une compétence visée à l'école secondaire (MEQ, 2006), mais une recherche de Mary (1999) mentionne que les futur·es enseignant·es semblent accorder moins d'importance aux composantes de validation et de preuve dans le raisonnement. Ma recherche doctorale se base sur l'hypothèse qu'une séquence d'activités montrant la complémentarité de la preuve et des explorations géométriques avec GeoGebra pourrait amener les futur·es enseignant·es à mieux saisir ces enjeux (Damboise, 2019). Les approches anthropologique (Chevallard, 1998) et instrumentale (Trouche, 2007) ainsi que quelques repères théoriques ont servi à articuler cette séquence, alliant savoirs mathématiques et techniques. Elle a été expérimentée avec de futur·es enseignant·es de mathématiques et une discussion à la fin de chaque activité permettait une réflexion critique et didactique sur l'adaptation de la séquence pour des élèves du secondaire ; s'inscrivant ainsi dans une démarche de développement professionnel et de formation initiale. L'analyse des données recueillies à la suite de l'expérimentation s'est appuyée sur les niveaux de preuve (Balacheff, 1998) et l'espace de travail mathématique (Kuzniak, 2011). La séquence a

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

contribué à l'instrumentation et l'instrumentalisation des participant·es au regard de GeoGebra et a permis de dégager trois profils d'étudiant·es caractérisés sur leur vision du développement du raisonnement mathématique dans l'enseignement.

Mots-clés : didactique des mathématiques; raisonnement; géométrie dynamique; preuve

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

Introduction

Dans le cadre de ma recherche doctorale, une séquence didactique a été conçue permettant aux étudiant·es en formation initiale des mathématiques au secondaire de connaître un outil de géométrie dynamique, GeoGebra, et d'explorer différentes constructions géométriques tout en leur proposant des tâches mobilisant leur raisonnement sur des constructions de figures géométriques et dynamiques d'un point de vue mathématique, pédagogique et didactique (Damboise, 2019). Un premier but de cette séquence était de former les étudiant·es en enseignement des mathématiques au secondaire sur l'outil de géométrie dynamique choisi (GeoGebra); aspect technique et instrumentalisation (Trouche, 2007). Également, un autre objectif visait à expérimenter avec les étudiant·es des activités articulant construction géométrique, manipulation, raisonnement et preuve mathématique afin de les amener à réfléchir sur des aspects mathématiques, didactiques et pédagogiques; touchant la genèse instrumentale, plus particulièrement le processus d'instrumentation (Trouche, 2007). Ma recherche doctorale comporte donc une partie développement par la conception de la séquence et une partie expérimentale par l'expérimentation de cette dernière avec les étudiant·es et l'analyse de leurs réponses. Le tout visant à soutenir le développement professionnel et la formation initiale des étudiant·es inscrits au baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire. Dans cet article, il sera question de l'expérimentation réalisée auprès des étudiant·es en enseignement et deux axes seront considérés : connaissance des savoirs mobilisés dans la séquence (quadrilatères et lieux géométriques) et aménagement de ces savoirs auprès d'élèves du secondaire. La séquence développée a permis aux étudiant·es de s'approprier des savoirs techniques, en lien avec l'outil GeoGebra, et de revisiter des savoirs mathématiques, en lien avec les diverses tâches de la séquence. Lors des discussions à la suite des activités, les étudiant·es avaient l'occasion de réfléchir sur l'aménagement des activités proposées dans la séquence et la façon de les adapter afin de les réaliser avec des élèves du secondaire. L'article qui suit tend à illustrer les contributions de ma recherche doctorale à travers ces deux axes.

Mise en contexte

Les outils technologiques sont de plus en plus présents dans la société, incluant dans les salles de classe. Les recherches portant sur l'utilisation de la technologie dans l'enseignement des mathématiques montrent que cette utilisation s'accompagne d'apports pragmatiques et épistémiques (Artigue, 2013). Par exemple, en utilisant un outil technologique comme une calculatrice, on peut rapidement trouver le résultat de la racine carrée d'un nombre. Lagrange (2002) mentionne qu'« avec les nouveaux outils, des techniques papier/crayon, souvent laborieuses, voient ainsi leurs fonctions pragmatiques assurées par des techniques « presse bouton » (p. 166). Cependant, la compréhension du processus mathématique sous-jacent est mise de côté par la production de ce résultat rapide,

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

sauf si on vise la résolution de problèmes plus complexes qui sont maintenant rendus possibles par l'utilisation de cet outil technologique. Ainsi, la production de résultats ou d'objets mathématiques de façon rapide dans un environnement technologique (apport pragmatique) doit se réaliser en prenant aussi en compte le travail mathématique sur la compréhension des concepts sous-jacents (apport épistémique). Il importe donc de concevoir des tâches mathématiques utilisant la technologie en considérant ces deux types d'apports et en donnant l'occasion aux élèves d'exercer leur jugement critique dans les tâches qui leur sont proposées (Caron, 2003). Par exemple, le fait de proposer une tâche confrontant les élèves aux limites et aux erreurs de l'outil technologique pourrait constituer une première voie à exploiter pour exercer le jugement critique selon Caron (2003).

Dans le programme de formation de l'école québécoise (PFEQ) (MEQ, 2006), le raisonnement mathématique est valorisé, mais peu de place semble laissée à la preuve mathématique plus formelle. Au premier cycle du secondaire, en géométrie, l'aspect calculatoire est présent dans de nombreuses tâches et dans la progression des apprentissages (MELS, 2009). En effet, les savoirs sont orientés vers la reconnaissance, la description et la construction d'objets géométriques et un grand nombre de tâches demandées aux élèves sont liées à la recherche de mesures manquantes dans des figures géométriques. Quelques énoncés de la progression des apprentissages du premier cycle touchent la justification d'affirmations concernant des définitions ou des propriétés d'objets géométriques ; ouvrant ainsi une possibilité de raisonnement mathématique plus élaboré. Au deuxième cycle du secondaire, le terme démontrer apparaît dans la progression des apprentissages (PDA) avec l'isométrie ou la similitude de triangles ou encore avec les identités trigonométriques (MELS, 2009). Cela indique tout de même une importance accordée au raisonnement déductif dans les programmes, même si elle est peu orientée vers la preuve mathématique. Ainsi, dans une classe de mathématiques, la place accordée à la preuve et aux tâches nécessitant une articulation entre manipulation, exploration et élaboration d'une preuve mathématique pourrait dépendre de l'enseignant·e et de son rapport à la validation et de l'importance accordée à la preuve mathématique dans un travail mathématique en classe avec les élèves.

Selon une recherche de Mary (1999), les futur·es enseignant·es semblaient accorder moins d'importance à la validation comme composante du raisonnement mathématique et avaient tendance à accorder un potentiel de preuve à la répétition d'expériences qui leur permettent de généraliser leurs observations. Mary (1999) soulève d'ailleurs que les futur·es enseignant·es font vivre, aux élèves, « des expériences répétées souvent à l'aide d'une illustration » (p. iv) et que les observations sont par la suite généralisées considérant le tout comme une preuve acceptable. L'utilisation de la technologie tend à amplifier ce phénomène (Tanguay et Geeraerts, 2012), car on peut facilement y générer plusieurs

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

exemples de façon rapide et y accorder une certaine validité en pensant que quelques exemples suffisent pour prouver sans aller plus loin dans un processus explicatif des observations réalisées. Selon plusieurs chercheurs, la visualisation en géométrie, amplifiée par l'utilisation d'outils de géométrie dynamique comme GeoGebra, est perçue par les étudiant·es comme un substitut acceptable à une preuve plus formelle (Boileau et Garançon, 2009 ; DeVilliers, 2007). Ainsi, la présente recherche émet l'hypothèse que ces enjeux, liés à cette conception erronée que quelques exemples peuvent suffire pour constituer une preuve mathématique, pourraient être mieux saisis par les futur·es enseignant·es, inscrits dans un programme de baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire, en leur permettant de vivre une séquence d'activités montrant une complémentarité entre explorations de figures géométriques dans un milieu technologique de géométrie dynamique comme GeoGebra et élaboration d'une preuve mathématique.

Cadre conceptuel

Dans la conception d'une séquence intégrant la technologie, deux approches sont à considérer, soient l'approche anthropologique du didactique (Chevallard, 1998 ; Chevallard et Cirade, 2010) ainsi que la genèse instrumentale (Vérillon et Rabardel, 1995 ; Trouche, 2007). Ces approches permettent de rédiger les différentes tâches d'une séquence tout en considérant l'environnement technologique utilisé ainsi que les valeurs pragmatique et épistémique de l'outil de géométrie dynamique, GeoGebra. L'articulation des observations faites dans GeoGebra et les différentes tâches doivent permettre aux étudiant·es d'exercer un raisonnement mathématique et critique pouvant aboutir à l'élaboration d'une preuve mathématique.

Genèse instrumentale

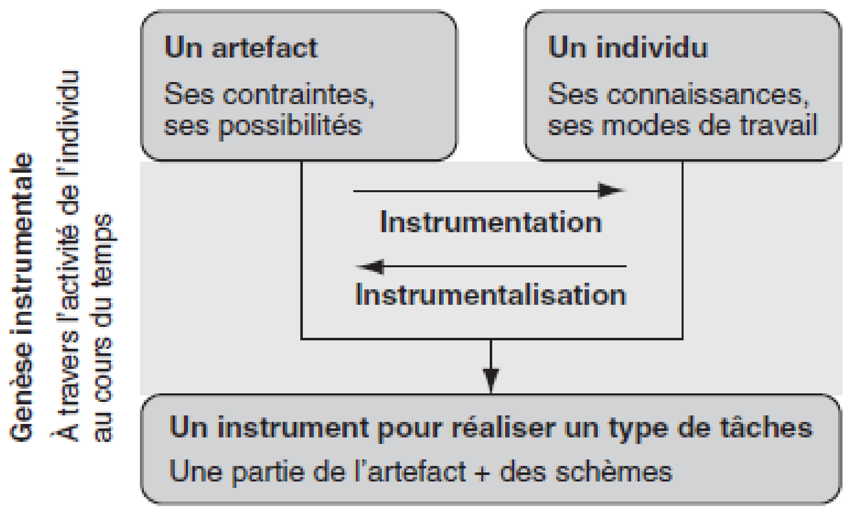
Les phénomènes observés dans un travail mathématique exploitant un outil de géométrie dynamique comme GeoGebra peuvent mieux s'appréhender avec l'approche instrumentale. Cette approche repose sur des éléments de l'ergonomie cognitive développée par Vérillon et Rabardel (1995) et de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1998). À la base de cette approche, la distinction entre artefact et instrument est essentielle et Trouche (2007), en citant Rabardel, précise qu'« un instrument n'existe pas en soi, un artefact devient un instrument quand un sujet a pu se l'approprier pour lui-même et l'a intégré dans sa propre activité » (p. 23). Ainsi, un artefact technologique va devenir un instrument lorsqu'il sera combiné avec un ou des schème(s) et selon Vergnaud (1991), ces schèmes se construisent au fur et à mesure que l'on est confronté à des activités d'apprentissage. La genèse instrumentale est le processus par lequel un artefact devient un

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

instrument et est composé de deux sous-processus, soient l'instrumentation et l'instrumentalisation (voir figure 1), qui s'effectuent en parallèle. L'instrumentation est relative aux schèmes d'un individu et à la façon dont l'artefact va conditionner l'action du sujet dans la réalisation d'une tâche. Pour sa part, l'instrumentalisation est le processus par lequel l'individu personnalise l'artefact, le met à sa main (Trouche, 2007). Ainsi, un travail mathématique dans un milieu de géométrie dynamique doit considérer l'artefact utilisé, ses contraintes et ses possibilités. Il est à noter que ces processus ne peuvent s'observer directement dans une activité mathématique, mais peuvent être relevés indirectement, surtout en ce qui concerne l'instrumentalisation dans un milieu de géométrie dynamique, en observant par exemple les étapes d'une construction géométrique.

Figure 1.

La genèse instrumentale schématisée par Trouche (2007, p. 25)



Niveaux de preuve et espace de travail mathématique

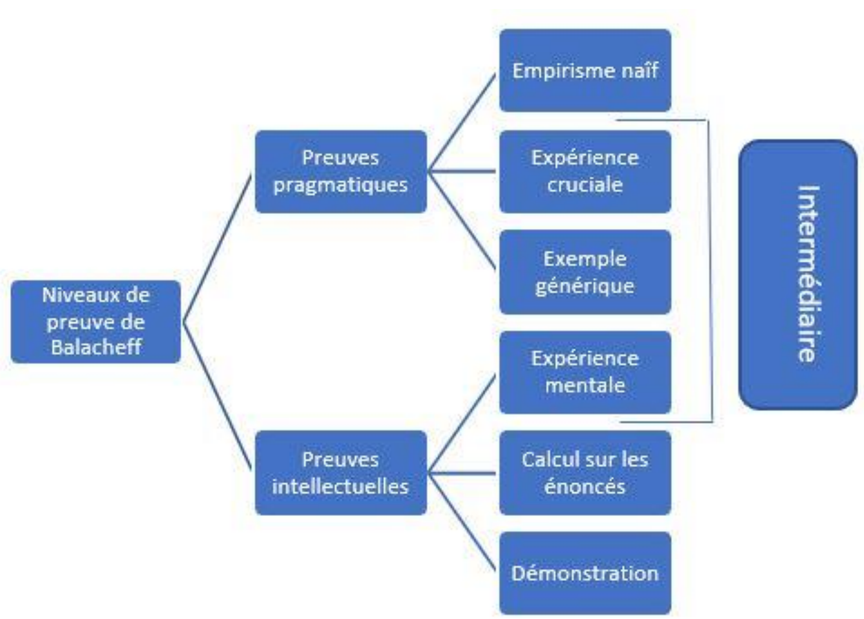
Lorsque des tâches proposent un travail mathématique lié à la formulation d'explications ou l'élaboration d'une preuve mathématique, deux construits théoriques peuvent servir de points d'appui pour analyser les productions : les niveaux de preuve de Balacheff (1988, 1998) et l'espace de travail mathématique (Kuzniak, 2011). Une activité mathématique peut proposer un travail de raisonnement sur des figures géométriques construites à l'aide de GeoGebra qui peut mener à l'élaboration d'une preuve mathématique plus formelle si l'on utilise les propriétés géométriques des figures plutôt que de simples observations visuelles ou encore l'utilisation de données numériques. Balacheff (1998) distingue deux

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

catégories de preuve mathématique, soient les preuves pragmatiques et les preuves intellectuelles. Il y a trois sous-niveaux qui ont été décrits dans ces catégories, comme l'illustre la figure 1. Dans les preuves pragmatiques, l'empirisme naïf fait référence à la vérification sur quelques cas pour valider une conjecture, l'expérience cruciale est caractérisée par la généralisation sur un cas semblant plus général et l'exemple générique se manifeste lorsqu'il y a un début d'explication du processus mathématique derrière la généralisation. Dans les preuves intellectuelles, on retrouve l'expérience mentale, le calcul sur les énoncés et la démonstration. Ces sous-niveaux sont manifestés en fonction des explications et des démonstrations effectuées afin de prouver les affirmations que les étudiant·es mentionnent à la suite des observations dans un milieu de géométrie dynamique allant de preuves partielles à complètes. Cependant, dans un environnement de géométrie dynamique, il arrive que des sous-niveaux peuvent être mobilisés simultanément, d'où l'ajout d'une catégorie nommée *Intermédiaire* dans la figure 2 afin de regrouper ces sous-niveaux. Cela s'explique par le fait qu'une figure géométrique construite dans GeoGebra peut être modifiée de nombreuses fois, permettant ainsi l'accès à plusieurs possibilités de figures différentes qui peuvent contribuer à valider ou invalider une hypothèse ainsi qu'à la généraliser et même à la prouver.

Figure 2.

Niveaux de preuve dans un environnement technologique, adapté de Balacheff (1998)

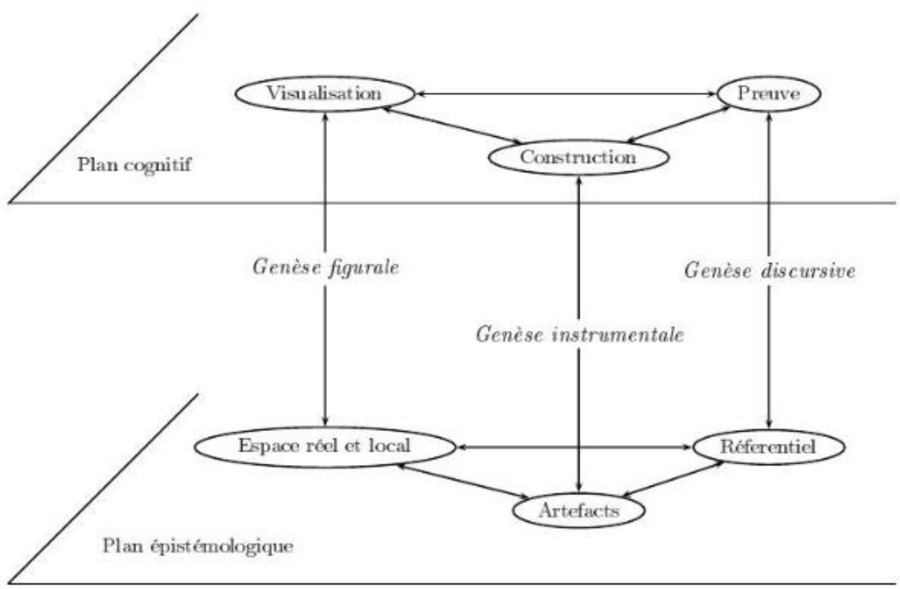


https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

L'espace de travail mathématique (Kuzniak, 2011) permet de mieux saisir le travail mathématique dans une tâche impliquant le raisonnement et la preuve en considérant deux niveaux et leurs composantes respectives, soient les niveaux épistémologique et cognitif (voir figure 3). En construisant une figure géométrique dans un logiciel de géométrie dynamique, les différentes composantes du niveau épistémologique peuvent s'illustrer ainsi : la figure à construire et ses constituants (espace réel et local), GeoGebra (artefact), les définitions et les propriétés géométriques de la figure (système référentiel). Le travail mathématique réalisé par les étudiant·es dans le niveau épistémologique est étroitement lié au niveau cognitif dans lequel ils mobiliseront des processus de visualisation, de construction et de preuve. Ainsi, un travail mathématique est nécessairement sujet à des allers-retours entre les deux niveaux.

Figure 3.

L'espace de travail mathématique (Kuzniak, 2011)



Ces deux construits théoriques (niveaux de preuve et espace de travail mathématique) permettent de comprendre et d'analyser un travail mathématique réalisé dans un environnement de géométrie dynamique ainsi que le niveau de preuve qui y est mobilisé. Ils sont donc complémentaires pour permettre une analyse plus approfondie des différentes activités et du travail accompli par les étudiant·es. Par exemple, lorsque l'on manipule et que l'on explore les différentes possibilités d'une figure construite dans GeoGebra par

 https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

déplacement des points mobiles de la construction, on peut généraliser des observations en utilisant les propriétés géométriques des figures. Si le travail mathématique reste au niveau des preuves pragmatiques, alors on est principalement dans la genèse instrumentale par l'observation de cas et le début d'explications des observations réalisées. Par contre, si les explications sont plus élaborées, menant même à une preuve formelle, le travail mathématique se dirige donc vers la genèse discursive et le niveau des preuves intellectuelles (Balacheff, 1998).

Objectifs de recherche

Une séquence d'activités, alliant un travail de raisonnement et de preuve mathématique à partir de constructions de figures géométriques et d'explorations des différentes possibilités de figures avec l'outil technologique GeoGebra, a été élaborée dans ma recherche doctorale (Damboise, 2019). Les objectifs de cette séquence étaient d'enrichir les apprentissages des futur·es enseignant·es en mathématiques au secondaire sur certains concepts mathématiques ainsi que sur l'outil technologique utilisé (Geogebra). Cette séquence était articulée autour de savoirs mathématiques tout en faisant émerger un besoin de prouver les observations et les régularités observées dans cet environnement et d'établir des liens entre les différents objets géométriques présentés. L'axe de la connaissance des savoirs est particulièrement mobilisé dans l'élaboration de la séquence ainsi que dans l'expérimentation qui suivra avec les étudiant·es. La séquence d'activités a été expérimentée par un groupe d'étudiant·es en enseignement des mathématiques au secondaire. Des discussions sur l'aménagement possible de la séquence dans une classe de mathématiques du secondaire ont eu lieu après l'expérimentation de chacune des activités ; permettant ainsi de placer les futur·es enseignant·es dans une posture didactique et pédagogique. L'objectif principal qui sera présenté dans le présent article porte sur l'apport de la séquence, chez les futur·es enseignant·es, tant au niveau de l'instrumentalisation avec l'outil, du raisonnement mathématique mobilisé, de la vision de l'enseignement des mathématiques et de l'utilisation projetée des activités de la séquence avec des élèves du secondaire. Les résultats de cette partie de la thèse seront présentés et discutés dans les prochaines sections.

Considérations méthodologiques

Une recherche en développement (Thouin, 2014) est à la base de cette étude et ce type de recherche plus pratique en didactique implique la conception d'une séquence didactique, sa mise à l'essai et son amélioration. Une expérimentation de la séquence a eu lieu avec des étudiant·es en enseignement des mathématiques. Cette expérimentation visait la formation de ces étudiant·es au niveau des savoirs mathématiques du secondaire revisités

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

(quadrilatères et lieux géométriques) et leur développement professionnel en lien avec leur façon d'aménager ces savoirs dans leurs futures classes de mathématiques. Par le fait même, l'expérimentation a permis de vérifier si les étudiant·es ont ressenti un besoin de prouver leurs observations de façon plus formelle dans les tâches de la séquence et ce, afin de valider les constats de Mary (1999) en lien avec la conception erronée que quelques exemples suffisent à prouver mathématiquement. La méthodologie de cette étude repose également sur l'ingénierie didactique développée par Artigue (1988, 1996, 2002), méthode en lien avec la didactique des mathématiques et comprenant chacune des étapes suivantes : des analyses préalables, une conception et une analyse a priori de la séquence ainsi qu'une expérimentation et une analyse a posteriori des différentes données recueillies.

Participant·es et données recueillies

Dans le cadre de cette recherche, l'expérimentation s'est déroulée auprès d'étudiant·es volontaires inscrit·es dans un baccalauréat en enseignement secondaire en mathématique dans une université québécoise. Avant l'expérimentation, un questionnaire a été rempli par les étudiant·es afin de fournir quelques caractéristiques sur leur vision de l'enseignement des mathématiques et de l'utilisation de la technologie. Suite à la séquence, un deuxième questionnaire reprenait quelques questions du premier questionnaire afin de vérifier si des modifications semblaient avoir eu lieu dans les caractéristiques initiales mentionnées par les étudiant·es dans le premier questionnaire. Plusieurs données différentes ont aussi été recueillies et analysées suite à l'expérimentation : les réponses écrites des étudiant·es aux tâches, les constructions des figures géométriques réalisées par les étudiant·es, les fichiers GeoGebra fournis aux étudiant·es ainsi que les verbatims des discussions et des échanges qui ont eu lieu dans chacune des rencontres. Ainsi, les données recueillies sont principalement d'ordre qualitatif. Une première analyse de ces données a permis de faire ressortir des thèmes communs et des différences dans les productions des étudiant·es. Une triangulation a eu lieu afin de vérifier si ces éléments communs ou différents semblaient ressortir chez tous les étudiant·es et entre les diverses données analysées dans l'étude. Ainsi, les niveaux de preuve mobilisés (Balacheff, 1998) par les étudiant·es ainsi que leur travail mathématique (Kuzniak, 2011) a été analysé dans les réponses données aux tâches de la séquence. Quant à eux, les fichiers GeoGebra des constructions ainsi que l'analyse des discussions ont permis de constater des exemples d'instrumentalisation (Trouche, 2007) ainsi que du travail mathématique effectué.

Conception de la séquence

Une séquence a été développée en utilisant un logiciel de géométrie dynamique, GeoGebra, qui permet de faire des constructions de figures géométriques, de les manipuler et de les

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

explorer de façon dynamique tout en pouvant modifier les figures construites et les déplacer afin d'avoir accès à plusieurs possibilités de figures et de raisonner sur leurs propriétés géométriques. Cette séquence impliquait des constructions géométriques à l'aide de GeoGebra et des tâches permettant un raisonnement sur les objets construits et leurs propriétés ainsi que sur une utilisation potentielle de la séquence, ou encore d'une partie de la séquence, avec des élèves du secondaire, ouvrant ainsi la voie vers l'aménagement des savoirs et la formation initiale.

Chacune des activités de la séquence débutait par une construction géométrique réalisée avec GeoGebra et comportait plusieurs tâches portant sur la manipulation, l'exploration et le raisonnement sur la figure construite et ses propriétés. Le tout se terminait par des questions touchant l'adaptation ou non de l'activité avec des élèves du secondaire comme l'illustre la figure 4 présentant la structure de la première activité de la séquence (Damboise, 2019). Toutes les autres activités utilisaient la même structure permettant ainsi de faire des apprentissages liés aux constructions avec GeoGebra, des apprentissages mathématiques en lien avec les concepts mobilisés et de raisonner sur la figure géométrique construite tout en réinvestissant les éléments des activités précédentes lorsque nécessaires.

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

Figure 4.

Structure de la première activité de la séquence (Damboise, 2019)

Activité A

Construction :
Dans GeoGebra, construisez un quadrilatère convexe quelconque ABCD. Trouvez les milieux de chacun des côtés de ce quadrilatère ABCD et notez-les E, F, G et H. Reliez ensuite ces 4 points, faites bouger les points A, B, C, D et notez vos observations.

Questions :
1. À quel type de quadrilatère peut-on associer la figure EFGH? Prouvez qu'il s'agit bien de ce quadrilatère en vous basant sur les propriétés géométriques.

2. Est-ce toujours le cas peu importe le type de quadrilatère convexe ABCD? Si oui, expliquez pourquoi. Si non, précisez le nouveau quadrilatère que vous avez obtenu et expliquez comment et pourquoi vous l'obtenez.

3. Est-ce toujours le cas si le quadrilatère ABCD devient non convexe? Si oui, expliquez pourquoi. Si non, précisez le nouveau quadrilatère que vous avez obtenu et expliquez comment et pourquoi vous l'obtenez.

Rétroaction sur cette activité :
1- Quelles idées de cette activité retenez-vous pour l'enseignement des quadrilatères au secondaire ?

2- Est-ce que cette activité pourrait être utilisée telle quelle auprès d'élèves du secondaire? Si oui, dans quel(s) but(s)? Si non, quelles adaptations pourraient être faites et pourquoi?

Cette séquence se déploie donc selon trois grands axes : apprentissages et réinvestissements techniques (ou informatiques avec GeoGebra) ; apprentissages et réinvestissements mathématiques ; développement d'une pratique mathématique instrumentée. Dans les premières activités, la séquence permet d'outiller les étudiant·es avec GeoGebra (savoirs techniques) et est basée sur des concepts mathématiques du premier cycle du secondaire : les différents quadrilatères et la notion d'inclusion. La suite de la séquence s'oriente vers des notions mathématiques plus élaborées du deuxième cycle tels que les lieux géométriques et les coniques pour en arriver à la définition de l'excentricité, permettant d'unifier les coniques avec une définition commune, qui n'est pas nécessairement vue au secondaire (savoirs mathématiques). Cette séquence permet aux étudiant·es de développer une pratique mathématique instrumentée tout en ayant l'occasion

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

de faire différents apprentissages techniques, informatiques et mathématiques qu'ils peuvent réinvestir dans les activités ultérieures. La figure 5 donne un aperçu plus détaillé de la séquence développée (Damboise, 2019) selon les trois grands axes en faisant ressortir certaines caractéristiques mises de l'avant dans les diverses activités ainsi que les savoirs mathématiques et techniques qui y sont mobilisés.

Figure 5.

Organisation synthèse de la séquence selon trois axes

Apprentissages/réinvestissements techniques ou informatiques	Apprentissages/réinvestissements mathématiques	Développement d'une pratique mathématique instrumentée
• Construction d'un polygone quelconque (A), cercle (B), médiatrice (E) • Construction d'objets dépendants (A, B) • Affichage du protocole de construction (C, F) • Activation de la trace d'un point (D, E) • Affichage d'un lieu géométrique (E) • Affichage des axes, des coordonnées d'un point et l'équation d'un objet mathématique (F)	• Relation d'inclusion (B) • Définitions et propriétés des quadrilatères (A, B, C) • La médiatrice comme lieu géométrique (D) • Les coniques comme lieu géométrique (E) • Définition bifocale des coniques (E) • Le cercle comme cas particulier de l'ellipse (E) • Définition monofocale de la parabole (F) • La courbe d'une fonction quadratique comme parabole particulière (F) • Utilisation d'un réseau déductif (G) • Définition monofocale des coniques (G)	• Manipulation et visualisation (A, B, D, E, F, G) • Déplacement, invariants et propriétés (A, B, D, E, G) • Exploration et preuve (A, B, D, E, G) • Constructions robustes (A, C, D, E) • Construction molle (B) • Repérage de propriétés géométriques dans une figure construite (F, G) • Utilisation du protocole de construction pour valider des hypothèses et dégager des invariants (G)

Expérimentation de la séquence

Dans un second temps, la séquence a été expérimentée auprès de futur·es enseignant·es en mathématiques au secondaire. Avant de réaliser la séquence, un questionnaire pré-expérimentation a été donné aux étudiant·es afin de dégager certaines caractérisations relatives à leur vision des mathématiques, de l'utilisation de la technologie ainsi que de leur enseignement souhaité et anticipé avec des élèves du secondaire. Tout au long de la séquence, des traces diverses ont été recueillies sur les constructions réalisées, les réflexions des étudiant·es, les réponses aux différentes tâches des activités ainsi qu'un verbatim des discussions lors des échanges en groupe suite à chacune des activités. Lors des échanges, certaines questions ont porté sur des aspects didactique et pédagogique en demandant aux étudiant·es de spécifier s'ils utiliseraient les activités avec des élèves du secondaire, de quelle façon et s'ils adapteraient les activités ou les réaliseraient telles quelles avec les élèves. Par la suite, afin de vérifier l'apport de la séquence chez les étudiant·es et l'évolution de leurs caractérisations suite à celle-ci, un questionnaire post-expérimentation reprenant certaines questions du premier questionnaire a été rempli par les futur·es enseignant·es. Ainsi, l'expérimentation de la séquence pourrait permettre une

 https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

réflexion didactique et pédagogique et bonifier la formation initiale et le développement professionnel des futur·es enseignant·es.

Résultats et discussion

Une première analyse des données qualitatives (constructions géométriques, réponses aux tâches et verbatims des discussions) a permis de constater des exemples de manifestations d'une instrumentalisation liée à l'utilisation de GeoGebra, des écueils épistémiques sur certains concepts géométriques censés être acquis depuis le secondaire ainsi que différents niveaux de preuve mobilisés par les étudiant·es participant à l'étude. Une analyse plus poussée en triangulant toutes les données de l'étude (réponses aux tâches, modifications proposées, constructions géométriques, verbatims) et en comparant les deux questionnaires remplis a permis de faire ressortir trois profils d'étudiant·es en enseignement des mathématiques. Ces profils ont été établis selon certaines caractéristiques communes en lien, entre autres, avec les niveaux de preuve mobilisés, les idées de modifications proposées dans le but d'améliorer la séquence d'activités pour la réaliser avec des élèves du secondaire, les réponses données dans les questionnaires et les réflexions partagées lors des discussions en groupe. Les thèmes ressortis lors de la première analyse seront d'abord présentés sommairement et des exemples seront intégrés dans les 3 profils dégagés afin d'illustrer ces derniers.

Instrumentalisation

La séquence d'activités permettait aux étudiant·es d'acquérir des savoirs techniques en lien avec l'outil de géométrie dynamique utilisé, GeoGebra. Une instrumentalisation (appropriation de l'outil au sens de Trouche, 2007) a été observée indirectement dans les constructions des étudiant·es pour les activités en analysant les différentes étapes de chacune des constructions géométriques. Certains étudiant·es ont enrichi leurs constructions avec des éléments qui n'étaient pas demandés dans les consignes. Parfois, ces éléments étaient d'ordre esthétique comme l'ajout de couleurs dans la figure ou l'ajout de mesures pour des segments ou des angles. D'autres fois, les ajouts étaient d'ordre mathématique comme la construction de diagonales, de droites parallèles ou perpendiculaires dans leur figure géométrique. Ces manifestations d'instrumentalisation (Trouche, 2007) avaient surtout pour objectif d'aider les étudiant·es à mieux expliciter leurs observations ou même de dégager certaines propriétés géométriques derrière la construction de leur figure selon ce qui a été dégagé des verbatims des discussions. C'est la base d'un travail mathématique portant sur la genèse figurale (Kuzniak, 2011) pouvant aboutir à une preuve plus élaborée.

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

Écueils épistémiques

Puisque les deux premières activités portaient principalement sur des savoirs mathématiques du premier cycle du secondaire (types de quadrilatères et relation d'inclusion), peu de difficultés ont été mentionnées par les étudiant·es lors de ces activités ; les défis pour celles-ci étant surtout en lien avec l'appropriation de GeoGebra (savoirs techniques et instrumentalisation). Cependant, ce ne fût pas le cas dans les trois dernières activités de la séquence où des écueils épistémiques ont pu être remarqués dans les productions étudiantes et les verbatims des discussions en lien avec les savoirs mathématiques sous-jacents, soient les concepts de lieux géométriques et des coniques.

Niveaux de preuve

Concernant les niveaux de preuve mobilisés par les étudiant·es, ceux-ci ont été assez variables tout au long de la séquence, mais sont principalement restés au niveau pragmatique (Balacheff, 1998) sauf pour quelques-uns qui se rendaient vers des preuves intellectuelles plus ou moins élaborées. La majorité des étudiant·es décrivaient leurs observations et les généralisaient ensuite sur quelques cas sans chercher à effectuer un travail sur les propriétés géométriques ou les invariants de leur construction ; peut-être lié au reflet des pratiques géométriques qu'ils perçoivent au secondaire.

Trois profils d'étudiant·es

L'analyse approfondie des différentes données recueillies a permis de dégager trois profils d'étudiant·es : les inspirés, les sceptiques et les encadrants. Ces profils ont été définis en tenant compte non seulement des niveaux de preuve mobilisés par les étudiant·es, mais aussi des idées qu'ils valoriseraient auprès de leurs futurs élèves du secondaire en utilisant ou non la séquence avec eux, ou encore une partie, avec eux, et la façon dont ils le feraient, le cas échéant. La séquence a donné des occasions aux étudiant·es en enseignement de réfléchir sur l'aménagement des savoirs exploités dans les activités proposées avec des élèves du secondaire et les réponses données lors des discussions ont permis de mieux caractériser les trois profils de ces étudiant·es. D'un point de vue didactique, l'utilisation de cette séquence avec des élèves du secondaire est mitigée chez les étudiant·es et suggèrent des visions différentes de l'enseignement des mathématiques, de l'utilisation du raisonnement et de la technologie. Certains utiliseraient la séquence telle quelle alors que d'autres y apporteraient des modifications mineures ou majeures, selon l'activité ciblée. Ce sont aussi sur ces modifications proposées par les étudiant·es que nous avons pu catégoriser les trois profils dégagés. La figure 6 fournit un rapide survol des caractéristiques de chacun des trois profils dégagés à la suite de l'analyse.

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

Figure 6.

Caractéristiques des trois profils d'étudiant·es participant à l'étude

Les inspirés	Les sceptiques	Les encadrants
• Ouverture vers le raisonnement et sens de la démonstration • Exploration dans l'outil par les élèves • Introduction de nouveaux concepts	• Visualisation des objets géométriques • Méfiance envers la technologie • Minimisation de la manipulation par les élèves	• Rôle accru de l'enseignant.e • Activités bien circonscrites • Manipulation de l'outil essentiellement par l'enseignant·e, peu par les élèves

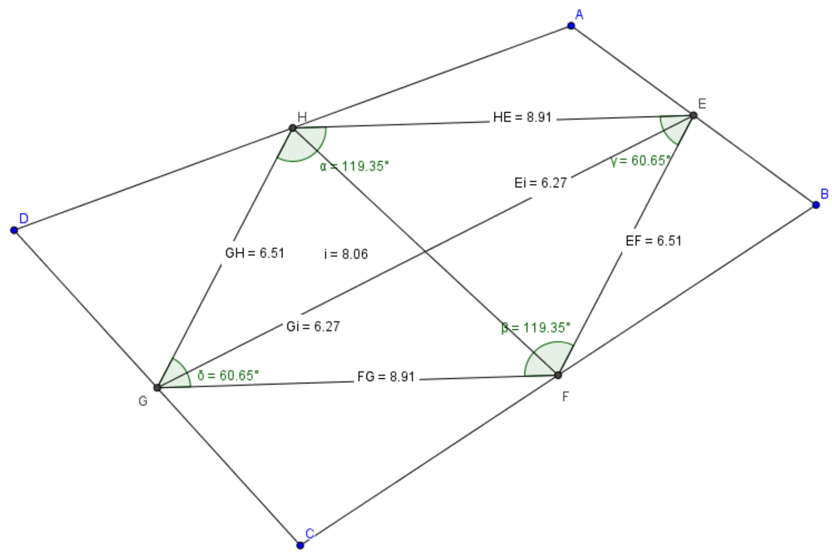
Les inspirés

Chez les inspirés, plusieurs constructions avec GeoGebra montrent l'ajout d'éléments qui n'étaient pas demandés dans la construction de départ de l'activité; supposant ainsi une certaine instrumentalisation de l'outil (Trouche, 2007). Par exemple, l'ajout de diagonales a été constatée dans l'activité A qui consistait à construire un quadrilatère quelconque, trouver les milieux des côtés de ce quadrilatère et les relier (voir figure 4 pour la description complète de la construction). Les étudiant·es devaient ensuite réfléchir sur le quadrilatère ainsi formé. La figure 5 présente une construction montrant l'ajout de diagonales ainsi que de plusieurs mesures permettant à Alexandre[1] de réfléchir sur le quadrilatère EFGH formé.

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

Figure 5.

Exemple d'une construction réalisée par Alexandre



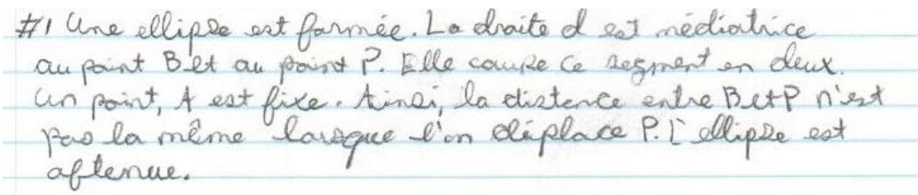
Dans les réponses fournies par Alexandre, ces éléments sont repris dans ses explications qui mentionnent que les angles opposés sont congrus et que les côtés opposés sont parallèles et ce, afin d'affirmer qu'il est en présence d'un parallélogramme. Son niveau de preuve dans ce contexte est plutôt pragmatique (Balacheff, 1998) et est directement en lien avec des observations réalisées sur la figure construite. Néanmoins, le tout évoluera dans la séquence puisqu'il mobilisera des niveaux de preuve plus élaborés en se servant des propriétés des objets construits comme le montre sa réponse (voir la figure 6) dans l'activité E dans laquelle les étudiant·es devaient faire une construction[2] permettant d'explorer et d'unifier certains lieux géométriques.

Dans sa réponse, il n'explique pas complètement l'obtention de l'ellipse, mais on observe des éléments plus élaborés ainsi que l'apparition de certains termes mathématiques comme la médiatrice pour tenter d'expliquer ses observations à la suite de la construction de sa figure géométrique.

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

Figure 6.

Production écrite d'Alexandre


#1 Une ellipse est formée. La droite d est médiatrice au point B et au point P. Elle coupe ce segment en deux. Un point, A est fixe. Ainsi, la distance entre B et P n'est pas la même lorsque l'on déplace P. L'ellipse est obtenue.

Bien que les inspirés aient aussi vécu des écueils épistémiques, ils ont eu le réflexe d'aller enrichir leurs connaissances sur la définition bifocale en utilisant des ressources à leur portée comme le mentionne Brigitte : « J'ai regardé sur Wikipédia ». Par contre, ce ne fût pas toujours suffisant pour élaborer une preuve intellectuelle complète dans les activités, mais leur niveau de preuve ne portait pas seulement sur des aspects visuels de leur construction et utilisaient certaines propriétés géométriques des figures.

En analysant et en comparant les réponses données dans les questionnaires avant et après l'expérimentation, on constate qu'ils caractérisaient leur vision des mathématiques avec des énoncés montrant un intérêt plus procédural et appliqué avant la réalisation de la séquence qui s'est transformé en considération pour le raisonnement et la preuve après avoir expérimenté la séquence. En effet, ils ont choisi au départ des énoncés en lien avec l'application de concepts ou de techniques de calculs qui ont été laissés de côté au profit d'une ouverture vers le développement du raisonnement et du sens de la démonstration. Ainsi, les inspirés se caractérisent principalement par cette ouverture vers le raisonnement et le sens de la démonstration dans les activités mathématiques.

De plus, dans les discussions et les réponses données après la réalisation de certaines tâches de la séquence concernant son adaptation possible pour les élèves du secondaire, ils émettent des idées d'activités permettant la manipulation et l'exploration par les élèves avec GeoGebra ainsi que l'introduction de nouveaux concepts mathématiques. Par exemple, dans les activités portant sur les coniques, Brigitte a mentionné que « c'est intéressant de voir la formation de l'ellipse. Cela amène à se questionner sur les propriétés des lieux géométriques ». Elle suggère donc la possibilité de réfléchir sur les propriétés d'un objet géométrique construit avec les élèves. Pour sa part, Alexandre mentionne aussi des idées intéressantes sur la séquence et la façon de l'utiliser avec des élèves du secondaire telles que ça « permet d'aller plus loin qu'avec les manuels scolaires. L'élève peut découvrir certains concepts par lui-même. »; d'où une certaine ouverture sur la découverte par les élèves de concepts mathématiques dans un environnement de géométrie dynamique.

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

Brigitte a même mentionné que « cette activité pourrait être utilisée pour introduire la théorie » avec les élèves et qu'« ils pourraient voir par eux-mêmes la construction ». Ce qui laisse entendre l'idée que les élèves pourraient manipuler le logiciel de géométrie dynamique et pas seulement l'enseignant·e.

Les sceptiques

Dans cette catégorie, on retrouve les étudiant·es qui semblaient avoir moins aimé la séquence et qui ne pensaient pas l'utiliser avec des élèves ou en utiliseraient seulement une petite partie en démonstration devant un groupe. Il importe aussi de mentionner que certain·es étudiant·es de cette catégorie n'ont pas participé à toute la séquence et s'en sont désintéressés en cours de route. D'ailleurs, leurs réactions face à la séquence peuvent s'expliquer en partie par les écueils épistémiques qu'ils ont vécus, tant au niveau des constructions demandées que des concepts mathématiques sous-jacents à ces constructions. Dans les réponses données par les sceptiques, la visualisation des objets géométriques était très présente et une certaine méfiance à l'égard de la technologie était soulevée. Valérie mentionne, dans son questionnaire, que GeoGebra est « un bon support visuel pour la géométrie » et ajoute qu'il est utile « pour manipuler les figures ». Elle mentionne aussi qu'il faut « prévoir un plan B (technologie) ». De plus, les futur·es enseignant·es de cette catégorie avaient tendance à vouloir minimiser la manipulation des objets mathématiques par les élèves. Pour expliquer ce point de vue, Ophélie mentionne que « certaines constructions sont difficiles à faire pour des élèves du secondaire ». Il serait donc plus facile pour eux que la construction soit déjà réalisée avant que les élèves répondent aux tâches.

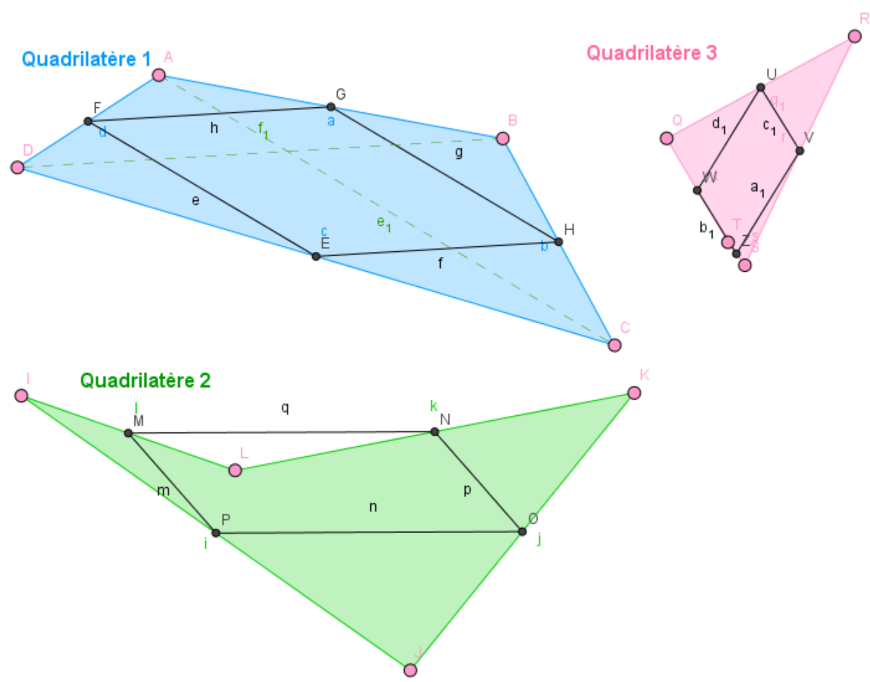
Au niveau des concepts mathématiques en lien avec les lieux géométriques, des étudiant·es ont mentionné que les définitions des coniques et les concepts étaient un peu loin pour eux, comme Ophélie qui a souligné : « Pour moi, ça faisait longtemps les notions des lieux géométriques » ou encore Valérie qui a dit que l'activité « était un peu difficile, les concepts étaient loin ». La majorité ont eu des difficultés à comprendre certaines constructions, les tâches des activités et même la preuve mathématique qu'ils avaient à compléter dans la dernière activité. Dans les explications données, il arrive même parfois que certains termes liés aux coniques ne soient pas mentionnés et que l'aspect visuel de la construction soit mis de l'avant plutôt que les propriétés géométriques, sans doute oubliées ou trop loin. Par exemple, certains étudiant·es parlaient des foyers pour l'ellipse, alors que d'autres employaient seulement le terme point ou encore, laissaient un espace libre signifiant que le terme mathématique avait été oublié.

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

Au niveau de l’instrumentalisation (Trouche, 2007), les sceptiques ne semblent pas être en mesure de s’approprier GeoGebra et les éléments ajoutés dans les constructions sont surtout d’ordre esthétique ou visuel. Certains étudiant·es vont ajouter de la couleur ou encore construire plusieurs figures géométriques comme le travail de Sonia illustré à la figure 7. On y voit trois quadrilatères qui lui ont permis d’affirmer que l’on forme toujours un parallélogramme EFGH peu importe le type de quadrilatère ABCD ; généralisant ainsi son affirmation mathématique sur trois figures seulement (niveau de preuve pragmatique). D’autres étudiant·es de cette catégorie vont utiliser les valeurs numériques que GeoGebra peut ajouter sur les figures construites afin d’affirmer que l’on a tel type de quadrilatère en généralisant sans pour autant utiliser les propriétés géométriques des figures.

Figure 7.

Figures construites par Sonia avec GeoGebra



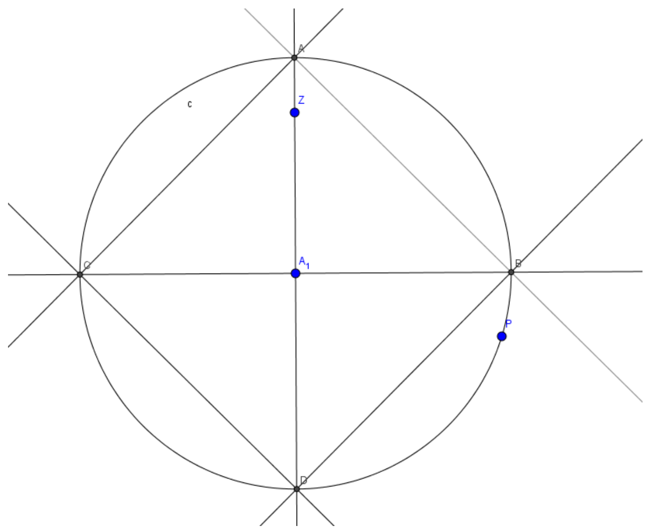
En observant les productions des sceptiques, il arrive parfois que des erreurs se soient glissées dans les constructions ou encore que l’enjeu de la tâche ait été réinterprété, c’est-à-dire que les étudiant·es construisent des figures géométriques ne pouvant être déplacées ; limitant ainsi le raisonnement mathématique permis sur la figure. Par exemple, deux

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

étudiant·es de cette catégorie utilisent des droites parallèles et perpendiculaires qui leur servent à construire un carré alors que la construction initiale devait permettre de bouger les points sur le cercle afin de former d'autres quadrilatères que le carré et de formuler des affirmations plus riches (voir figure 8).

Figure 8.

Construction illustrant des droites parallèles et perpendiculaires pour former un carré



Puisque la visualisation semble prendre une grande place dans leurs réponses, les sceptiques montrent des niveaux de preuve pragmatiques et ne vont pas chercher à valider leurs affirmations et utiliser un raisonnement mathématique basé sur les propriétés géométriques des figures construites. Ainsi, pour expliquer qu'une ellipse est construite dans l'activité E, ils vont simplement faire référence à la forme de la figure, ressemblant à un ovale selon certain·es, utilisant seulement la visualisation de la figure pour justifier leurs affirmations.

En comparant les énoncés qu'ils ont mentionné en lien avec leur vision des mathématiques dans les questionnaires remis avant et après l'expérimentation, on constate que ces étudiant·es semblaient apprécier l'ouverture vers le raisonnement au départ et qu'à la suite de la séquence, ils ont préféré sélectionner des énoncés se rapportant davantage à l'application de procédures dans l'enseignement des mathématiques. Ce changement de vision pouvant peut-être s'expliquer par les écueils mentionnés lors des discussions et les limites qu'ils voient à la technologie. Ophélie souligne que : « certaines constructions [de

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

la séquence] sont difficiles à faire pour des élèves du secondaire » et ajoute également que la technologie « demande la connaissance des constructions préalablement ».

Les encadrants

Ce profil est caractérisé principalement par le rôle accru de l'enseignant·e que les étudiant·es ont mentionné dans leurs propositions pour réaliser la séquence avec des élèves du secondaire ; d'où le nom donné à ce profil. De plus, en comparant les énoncés que ces étudiant·es ont choisi dans les questionnaires remis avant et après l'expérimentation, on constate de légères modifications dans leurs choix, mais moins importants que dans les deux autres profils. Leur vision de l'enseignement des mathématiques a semblé très peu bouger à la suite de la séquence et est toujours restée partagée entre des éléments caractérisés par une ouverture sur le raisonnement ainsi que l'application de procédures.

Dans les discussions sur la façon d'utiliser la séquence avec des élèves du secondaire, ces étudiant·es mentionnaient beaucoup que la manipulation de l'outil et des objets construits devrait être dirigée par l'enseignant·e devant le groupe à l'intérieur d'activités bien circonscrites comme en témoigne Geneviève : « Si l'enseignant le fait, je crois que ce serait plus simple ». Cette manipulation pourrait servir autant à des activités de visualisation qu'à des activités de raisonnement sur les concepts mathématiques. Certain·es de ces étudiant·es parlaient que les élèves pourraient faire quelques constructions plus simples, mais que certaines activités sont jugées trop complexes et que l'enseignant·e devrait les faire devant le groupe à ce moment-là. De plus, les encadrants ajouteraient des explications sur les concepts sous-jacents pour les élèves comme le souligne Ophélie : « Je ferais probablement l'activité en groupe tout en donnant plus de précisions sur la matière utilisée dans l'activité. » Ils permettraient aussi aux élèves d'avoir leurs cahiers pendant l'activité et que celle-ci devrait être réalisée « dans le but de vérifier si l'élève sait bien reconnaître ses quadrilatères. » ; minimisant le raisonnement mobilisé dans l'activité à une reconnaissance. Mylène a même ajouté que GeoGebra « permet la preuve par construction » ; illustrant ici, la conception erronée que l'observation de quelques figures géométriques suffit à la validation d'affirmations et à une preuve qu'ils jugent acceptable.

Dans les réponses données aux tâches de la séquence par ces étudiant·es, il a été remarqué que leurs productions sont à mi-chemin entre les deux autres profils d'étudiant·es au niveau des preuves qui y sont mobilisées. Quelques tentatives d'explications mathématiques ont été observées chez plusieurs encadrants dans leurs productions; les plaçant souvent dans le niveau Intermédiaire (indiqué à la figure 2). Par exemple, certain·es étudiant·es utilisaient des valeurs numériques (preuve plus pragmatique), comme chez les sceptiques, mais

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

enrichissaient leurs explications en faisant des tentatives pour généraliser les observations avec des rapports et parfois même en utilisant des symboles d'égalité ou d'inégalité.

Des écueils épistémiques ont aussi été vécus chez les encadrants, mais ils ressemblaient à ceux mentionnés par les inspirés. Une étudiante qui fait partie des encadrants a même tenté d'expliquer ses difficultés en disant : « Ça paraît peut-être difficile pour nous parce que cela fait longtemps qu'on n'a pas touché aux coniques ». Ainsi, elle était consciente que ses connaissances sur les coniques ont été oubliées, possiblement par manque de pratique.

Conclusion

La séquence d'activités développée a permis aux étudiant·es de revisiter des savoirs mathématiques du secondaire, d'apprendre à maîtriser un outil de géométrie dynamique ou encore de parfaire leurs connaissances sur GeoGebra. Ainsi, on peut dire que le but a été atteint au niveau de la conception de cette séquence en ce qui concerne les savoirs qu'elle permet de développer et d'enrichir chez les futur·es enseignant·es de mathématiques au secondaire. Néanmoins, certain·es participant·es ont tout de même mentionné des écueils épistémiques sur certains savoirs mathématiques, principalement liés aux lieux géométriques. Même si ces savoirs sont supposés être acquis depuis leurs études secondaires, il semblerait qu'il y ait un oubli prématuré de certains termes mathématiques comme les foyers de l'ellipse. Cela pourrait peut-être s'expliquer par les liens entre les différents savoirs sur les lieux géométriques qui ne sont pas toujours très développés ni élaborés dans les cours de mathématiques du secondaire et sont souvent laissés à la charge des enseignant·es.

Du côté du niveau de preuve mobilisé lors de la séquence par les étudiant·es, on peut mentionner que le besoin de prouver leurs conjectures n'a pas toujours atteint le niveau des preuves intellectuelles et plusieurs utilisaient la visualisation ou des éléments visuels de leurs constructions pour prouver leurs affirmations plutôt que d'utiliser des propriétés géométriques des figures construites. Il ressort donc de l'analyse des données que la séquence a eu un impact variable chez les futur·es enseignant·es de mathématiques au secondaire. Cette séquence a contribué à l'instrumentalisation des futur·es enseignant·es sur GeoGebra et a eu, pour certains d'entre eux, un impact sur leur vision du développement du raisonnement mathématique dans l'enseignement de cette discipline au secondaire. En effet, certain·es étudiant·es ont semblé plus inspirés par la séquence et souhaiteraient exploiter des idées de découverte avec leurs élèves et de raisonnement alors que d'autres dirigeraient davantage les explorations avec GeoGebra en les faisant le plus souvent devant le groupe d'élèves.

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

Les expériences que ces étudiant·es ont vécues, comme élèves du secondaire, dans leurs stages ainsi que ce qu'ils anticipent comme futur·es enseignant·es, pourraient permettre d'expliquer, en partie, l'importance qu'ils ont semblé accorder à la visualisation ainsi que leur conception que quelques exemples observés peuvent être suffisants pour prouver mathématiquement une affirmation. La séquence développée peut jouer sur cette conception erronée, mais une seule séquence n'y suffira pas dans la formation initiale des futur·es enseignant·es. Il faudrait fournir aux étudiant·es en formation initiale des occasions de vivre des séquences d'activités semblables afin de leur permettre de réfléchir sur leur vision du raisonnement en mathématique et la façon de le développer avec des élèves. Une meilleure articulation des raisonnements inductif et déductif dans les activités proposées aux élèves du secondaire semble être une avenue à exploiter davantage pour approfondir les concepts mathématiques, les organiser logiquement, en éviter l'oubli prématuré et mieux apprécier les liens et la cohérence entre les savoirs mathématiques.

Notes

1. Les noms indiqués dans le présent article sont des noms fictifs établis lors de la rédaction de la thèse (Damboise, 2019) afin de conserver la confidentialité des données recueillies dans le projet de recherche.
2. L'activité demande de construire un cercle, un point B mobile à l'intérieur du cercle ainsi que la médiatrice entre un point sur le cercle et un autre point à l'intérieur du cercle. Cette construction permet de générer un cercle, une ellipse et une hyperbole selon le déplacement dynamique du point B dans la construction.

Références

Artigue, M. (2013). L'impact curriculaire des technologies sur l'éducation mathématique. *EM TEIA| Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, *4*(1), 1-14.

Artigue, M. (2002). Ingénierie didactique : quel rôle dans la recherche didactique aujourd'hui? *Les dossiers des sciences de l'éducation*, *8*(1), 59-72. https://www.persee.fr/doc/dsedu_1296-2104_2002_num_8_1_1010

Artigue, M. (1996). Ingénierie didactique. Dans J. Brun (dir.), *Didactique des mathématiques* (p. 243-274). Delachaux et Niestlé.

Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *9*(3), 281-308. https://revue-rdm.com/1988/ingenierie-didactique-2/

Balacheff, N. (1998). *Éclairage didactique sur les EIAH en mathématiques*. Actes du Colloque annuel de la Société de Didactique des mathématiques du Québec.

Balacheff, N. (1988). *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de collège. Modeling and Simulation* [Thèse de doctorat, Institut National

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

Polytechnique de Grenoble, Université Joseph-Fournier]. Hal Thèses. https://theses.hal.science/tel-00326426

Boileau, A. et Garançon, M. (2009). *Outils informatiques pour les enseignants de mathématiques.* Loze-Dion éditeur inc.

Caron, F. (2003). *Les technologies dans les cours de mathématiques : catalyseur ou poudre aux yeux?* Actes du colloque du GDM de 2003.

Chevallard, Y. et Cirade, G. (2010). Chapitre II : Les ressources manquantes. Dans G. Gueudet et L. Trouche (dir.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (p. 41-55). Presses universitaires de Rennes.

Chevallard, Y. (1998). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique.* Actes de l'École d'été de la Rochelle.

Damboise, C. (2019). *Utilisation de la géométrie dynamique avec de futurs enseignants de mathématiques au secondaire pour repenser le développement du raisonnement* [Thèse de doctorat, Université de Montréal]. Papyrus. https://hdl.handle.net/1866/23556

DeVilliers, M. (2007). Some pitfalls of dynamic geometry software. *Learning and Teaching Mathematics*, *2006*(4), 46-52. https://hdl.handle.net/10520/EJC20746

Guin, D. et Trouche, L. (dir.). (2002). Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument du travail mathématique, un problème didactique. La pensée sauvage.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *16*, 9-24. https://shs.hal.science/halshs-01060043

Lagrange, J.-B. (2002). Étudier les mathématiques avec les calculatrices symboliques. Quelle place pour les techniques. Dans D. Guin et L. Trouche (dir.), *Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique* (p. 151-185). La pensée sauvage.

Mary, C. (1999). *Place et fonctions de la validation chez les futurs enseignants des mathématiques au secondaire* [Thèse de doctorat, Université de Montréal]. https://hdl.handle.net/1866/30198

Ministère de l'Éducation (MEQ). (2006). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire. Premier cycle. Gouvernement du Québec.* https://numerique.banq.qc.ca/patrimoine/details/52327/56123

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS). (2009). *Programme de formation de l'école québécoise. Progression des apprentissages au secondaire. Mathématique*. https://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/dpse/formation_jeunes/progrApprSec_Mathematique_fr.pdf

https://doi.org/10.37571/2024.0302
2024, Vol. 5, N. 3, 14-39

Tanguay, D. et Geeraerts, L. (2012). D'une géométrie du perceptible à une géométrie déductive : à la recherche du paradigme manquant. *Petit x*, (88), 5-24. https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/PX/IGR12003/IGR12003.pdf

Thouin, M. (2014). *Réaliser une recherche en didactique.* Éditions MultiMondes.

Trouche, L. (2007). Chapitre 1. Environnements informatisés d'apprentissage : quelle assistance didactique pour la construction des instruments mathématiques? Dans Floris R. et Conne F. (dir.) *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques* (p. 19-38). Éditions De Boeck Université.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, *10*(2.3), 133-170.

Vérillon, P. et Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European journal of psychology of education*, *10*(1), 77-101. http://www.jstor.org/stable/23420087